4

TRIGONOMETRIE

S1

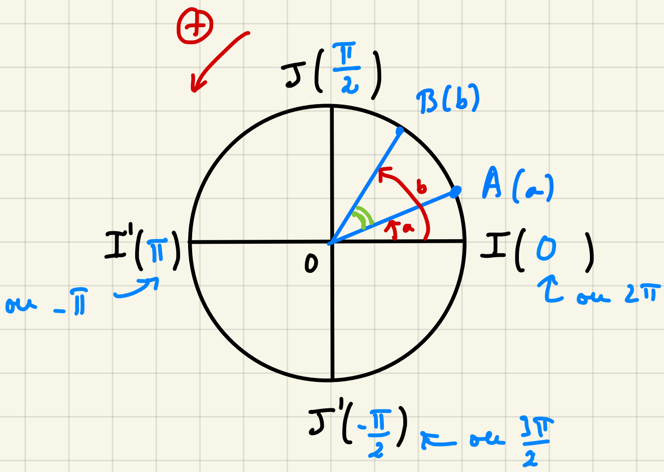
VERSION 1

TRIGONOMETRIE

I Angle de vecteurs

On se place dans un repère orthonormal (O, I, J)

On appelle $\mathcal{C}(0,1)$ le cercle trigonométrique orienté dans le sens direct.



$+2\pi$ = tour de cercle
↳ on obtient le même angle

$+2\pi k$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

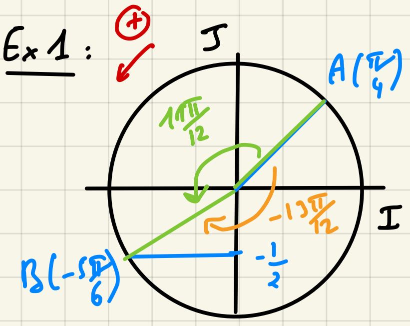
$+4\pi \quad -2\pi \quad -6\pi$

Soient $A(a)$ et $B(b)$ deux points du cercle trigonométrique

Une mesure de l'angle orienté $(\vec{OA}, \vec{OB})$ est donnée par :

$$(\vec{OA}, \vec{OB}) = b - a$$

Ex 1 :



Placer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $B\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ sur le cercle trigonométrique

Déterminer $(\vec{OA}, \vec{OB}) = -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$$= -\frac{10\pi}{12} - \frac{3\pi}{12} \quad [2\pi]$$

$$= -\frac{13\pi}{12} \quad [2\pi]$$

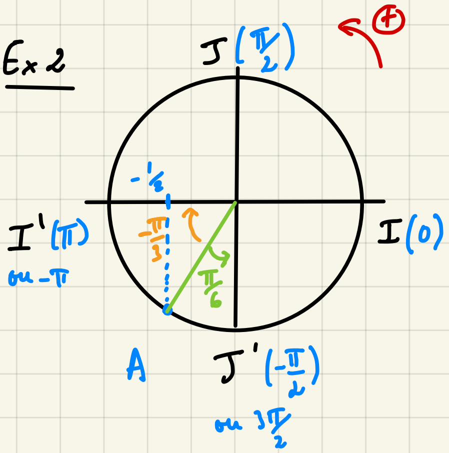
L'unique mesure comprise entre $-\pi$ et π s'appelle mesure principale de l'angle.

$$-\frac{13\pi}{12} < -\pi$$

$$-\frac{13\pi}{12} + 2\pi = -\frac{13\pi}{12} + \frac{24\pi}{12} = \frac{11\pi}{12} \in \left]-\pi, \pi\right]$$

$\frac{11\pi}{12}$ est la mesure principale de $(\vec{OA}, \vec{OB})$

Ex 2



Placer $A\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ sur le cercle trigonométrique

Donner la mesure principale de $(\vec{OA}, \vec{OJ'})$ et de $(\vec{OA}, \vec{OI'})$

$(\vec{OA}, \vec{OJ'}) = -\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = -\frac{3\pi}{6} + \frac{4\pi}{6} = \boxed{\frac{\pi}{6}} \in]-\pi, \pi]$

$(\vec{OA}, \vec{OI'}) = \pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} > \pi \qquad \frac{5\pi}{3} - 2\pi = \frac{5\pi}{3} - \frac{6\pi}{3} = \boxed{-\frac{\pi}{3}} \in]-\pi, \pi]$

II Coordonnées polaires

Casse loi
CAH SOH TOA

TOA → tan = $\frac{\text{opposé}}{\text{adj}}$

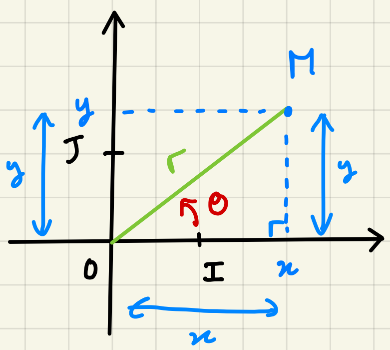
$M\left(2, \frac{3}{2}\right)$

SOH → sinus = $\frac{\text{opposé}}{\text{hyp}}$

SOHCAHTOA

CAH → cosinus = $\frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

$x > 0$
$y > 0$



$M(x, y)$ coordonnées cartésiennes

$M\langle r, \theta \rangle$ coordonnées polaires

$r = OM \geq 0 \qquad \theta = (\vec{OI}, \vec{OM})$ à 2π près

Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires :

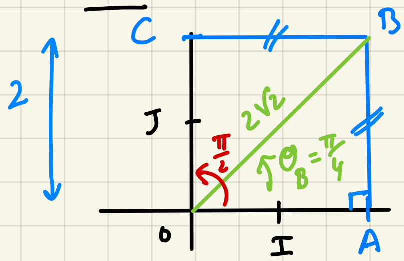
♡

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{x}{r} \\ \sin\theta = \frac{\text{opposé}}{\text{hyp}} = \frac{y}{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Pythagore : $r^2 = x^2 + y^2$

Ex 1 :



Coordonnées cartésiennes de A, B, C ? (5 minutes)

$A(2,0) \qquad B(2,2) \qquad C(0,2)$

Coordonnées polaires de A, B, C ?

$A : \begin{cases} r_A = OA = 2 \\ \theta_A = 0 \end{cases} \qquad A\langle 2, 0 \rangle$

$C : \begin{cases} r_C = 2 \\ \theta_C = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$B \begin{cases} r_B = OB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ \cos\theta_B = \frac{x_B}{r_B} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta_B = \frac{y_B}{r_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \theta_B = \frac{\pi}{4} \; [2\pi]$

$C\left\langle 2, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

$B\left\langle 2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4} \right\rangle$

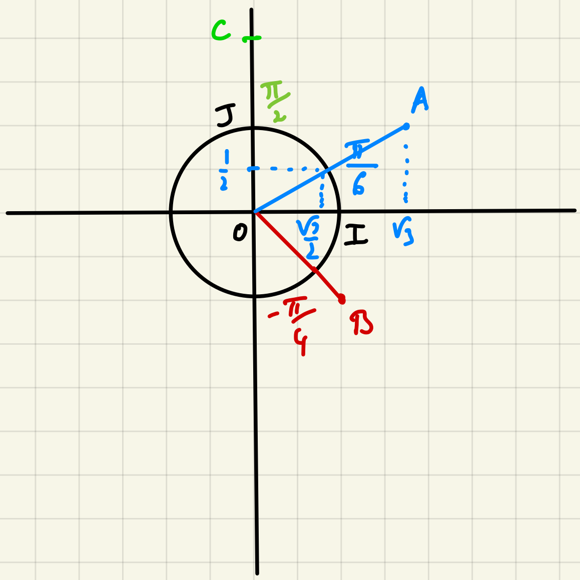
Ex2 : 1) Déterminer les coordonnées cartésiennes des points suivants :

$A\langle 2, \frac{\pi}{6}\rangle$ $\left|\begin{array}{l} x_A = r_A \cos\theta_A = 2\cos\frac{\pi}{6} = 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \\ y_A = r_A \sin\theta_A = 2\sin\frac{\pi}{6} = 2\times\frac{1}{2} = 1 \end{array}\right.$ $A(\sqrt{3}, 1)$

$B\langle \sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}\rangle$ $\left|\begin{array}{l} x_B = \sqrt{2}\cos(-\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_B = \sqrt{2}\sin(-\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\times -\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array}\right.$ $B(1, -1)$

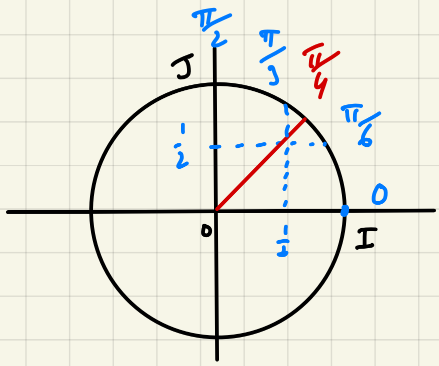
$C\langle 2, \frac{\pi}{2}\rangle$ $\left|\begin{array}{l} x_C = 2\cos(\frac{\pi}{2}) = 2\times 0 = 0 \\ y_C = 2\sin(\frac{\pi}{2}) = 2\times 1 = 2 \end{array}\right.$ $C(0, 2)$

2) Placer les points A, B et C dans le plan.



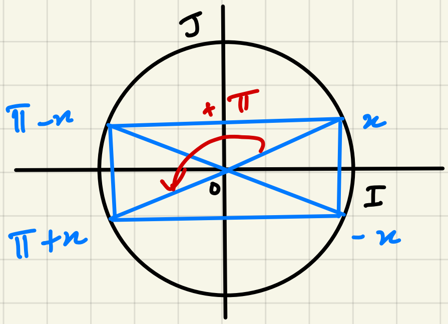
Valeurs remarquables à retenir :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Configuration du rectangle :

$$\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases}$$



$$\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \sin(\pi + x) = -\sin x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases}$$

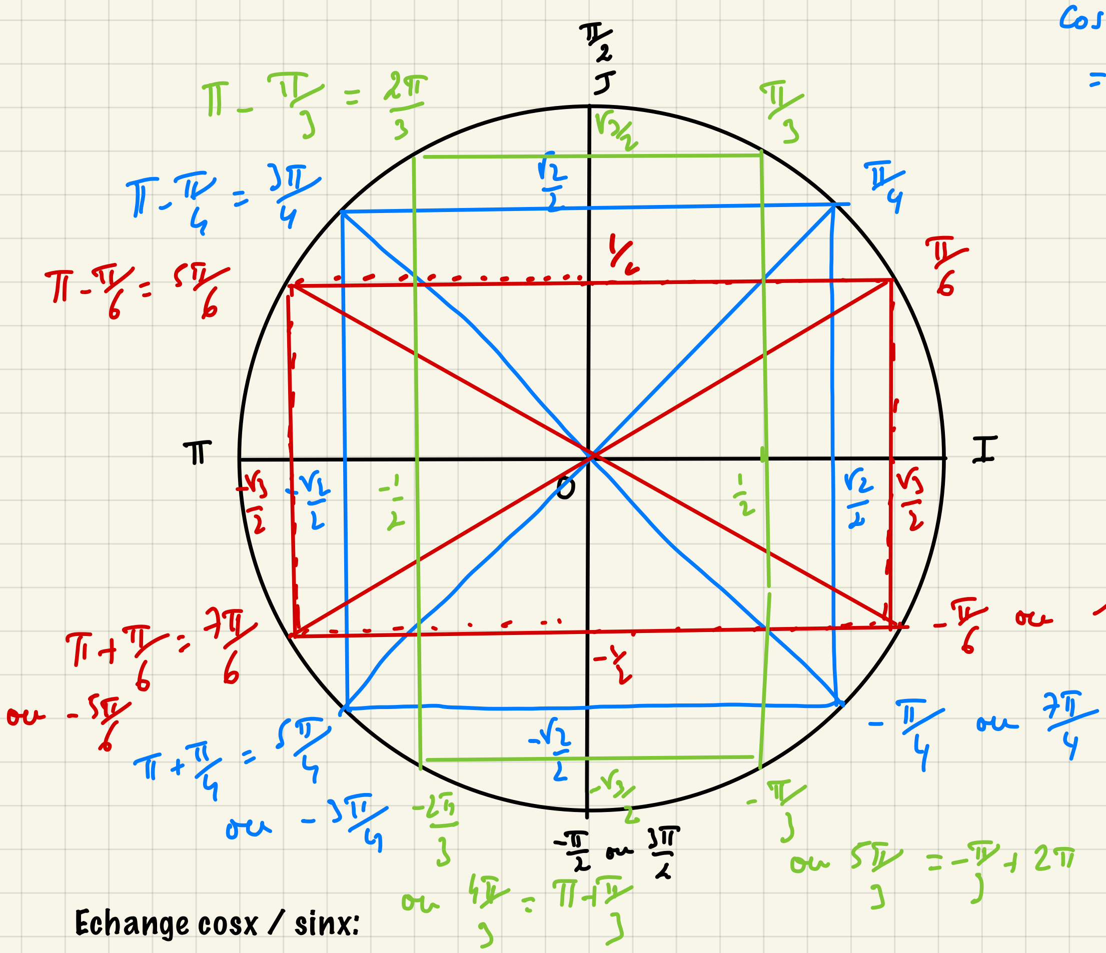
NON!

$\cancel{\cos(\pi - x) = \cos\pi - \cos x}$?

$\cos(a - b)$

$= \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Tracer un cercle trigonométrique en plaçant tous les angles



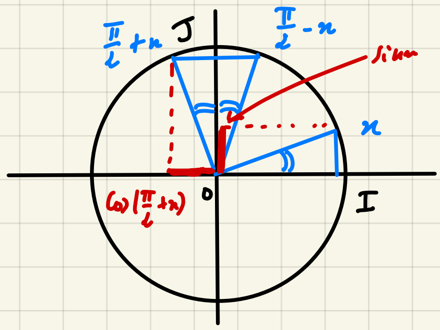
A compléter sur feuille pour la prochaine fois!

(au compas)

$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$

Echange cosx / sinx:

5 minutes



en fonction de cos x et de sin x

$$\begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x) \\ \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x \\ \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x \end{cases}$$

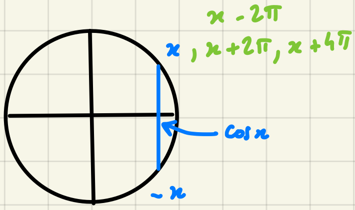
Rappel : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

III Résolution d'équations trigonométriques

Propriété : $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ $\qquad [2\pi] \iff +2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

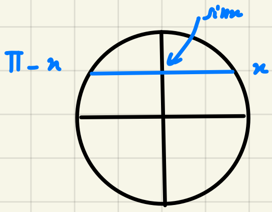
$\cos y = \cos x$

$\iff y = x\ [2\pi]$ ou $y = -x\ [2\pi]$



$\sin y = \sin x$

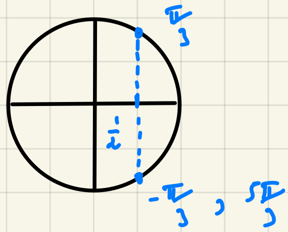
$\iff y = x\ [2\pi]$ ou $y = \pi - x\ [2\pi]$



Ex1 : ① Résoudre $\cos x = \frac{1}{2}$ dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi[$

$\iff x = \pm \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

ens des solutions dans $\mathbb{R}$ → $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \pm \frac{\pi}{3}\ [2\pi] \right\}$ $\qquad -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$



ens des solutions dans $[0,2\pi[$ → $S_{[0,2\pi[} = \left\{ \frac{\pi}{3} ; \frac{5\pi}{3} \right\}$

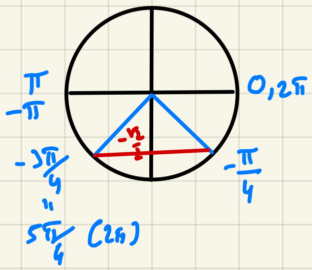
② Résoudre $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi ; \pi]$

$\iff x = -\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$ ou $x = \pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right)\ (2\pi)$

$\iff x = -\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$ ou $x = \frac{5\pi}{4}\ (2\pi)$

$S_{\mathbb{R}} : \left\{ -\frac{\pi}{4}\ (2\pi) ; \frac{5\pi}{4}\ (2\pi) \right\}$ $\qquad \frac{5\pi}{4} - 2\pi = -\frac{3\pi}{4}$

$S_{]-\pi,\pi]} = \left\{ -\frac{\pi}{4} ; -\frac{3\pi}{4} \right\}$



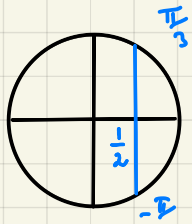
$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \iff x = -\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$ ou $x = -\frac{3\pi}{4}\ (2\pi)$

Ex2 : Résoudre $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi ; \pi]$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

$\cos(2x) = \frac{1}{2} \iff 2x = \pm \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ $\quad +2k\pi$

$\iff x = \pm \frac{\pi}{6}\ [\pi]$ $\quad +k\pi$



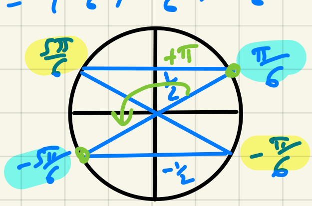
⚠ on divise également le modulo par 2

$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \pm \frac{\pi}{6}\ [\pi] \right\}$ ← $\frac{1}{2}$ cercle

$S_{]-\pi,\pi]} = \left\{ \frac{\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

$\frac{\pi}{6} \in]-\pi,\pi]$ $\qquad \frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{5\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{6} \in]-\pi,\pi]$ $\qquad -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$



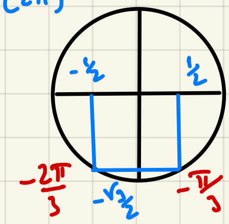
Ex 2 bis Résoudre $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi[$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

$\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \iff 2x = -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ ou $2x = -\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$

$\iff x = -\frac{\pi}{6}\ [\pi]$ ou $x = -\frac{\pi}{3}\ [\pi]$

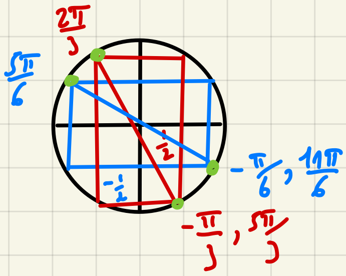
$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{6}\ [\pi] ; -\frac{\pi}{3}\ [\pi] \right\}$



$-\frac{\pi}{6} \notin [0, 2\pi[$ $\quad -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$ $\quad -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{3} \notin [0, 2\pi[$ $\quad -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3}$ $\quad -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$

$S_{[0,2\pi[} = \left\{ \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$



4 solutions $\downarrow$ 4 points sur le cercle

Résolution à l'aide d'un échange $\cos x \leftrightarrow \sin x$

① $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	② $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

Ex 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi[$

$-2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ $\qquad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

10 minutes

$-2(1 - \sin^2 x) + \sin x + 1 = 0$

$-2 + 2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$X = \sin x$

$2X^2 + X - 1 = 0$

$\Delta = 9 \qquad X = \frac{-1 \pm 3}{4}$ $\nearrow -1$ $\searrow \frac{1}{2}$

Autre ex + simple : (ex 3 bis)

$\sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0$ $\qquad X = \sin x$

$X^2 + 2X + 1 = 0 \iff (X+1)^2 = 0 \iff X = -1$

ou $\Delta = 0 \qquad X = -\frac{b}{2a} = -1$

$\sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

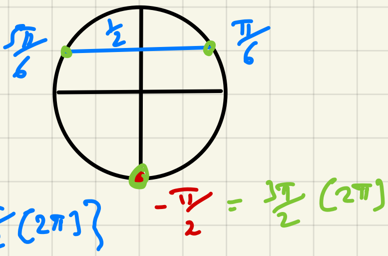
ou $(2X - 1)(X + 1) = 0$ $\qquad -1 = (-1) \times 1 = 1 \times (-1)$

$\iff X = \frac{1}{2}$ ou $X = -1$

$\iff \sin x = \frac{1}{2}$ ou $\sin x = -1$

$\iff x = \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$ ou $x = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

ou $x = \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$



$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{6}\ [2\pi] ; \frac{5\pi}{6}\ [2\pi] ; -\frac{\pi}{2}\ [2\pi] \right\}$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{6} [2\pi] ; \frac{5\pi}{6} [2\pi] ; -\frac{\pi}{2} [2\pi] \right\}$ $\qquad -\frac{\pi}{2} \notin [0, 2\pi[\Rightarrow -\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$

$S_{[0,2\pi[} = \left\{ \frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} ; \frac{3\pi}{2} \right\}$

10 minutes

Ex 4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi, \pi]$

$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \qquad$ or $\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\boxed{\cos y = \cos x \iff y = \pm x \ [2\pi]}$

$\iff \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\iff x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - x \ [2\pi]$ ou $x - \frac{\pi}{4} = x - \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$

$\iff 2x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$ ou $0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$

$\iff 2x = \frac{3\pi}{4} \ [2\pi] \qquad \emptyset$

$\div 2$

$\iff x = \frac{3\pi}{8} \ [\pi]$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{3\pi}{8} [\pi] \right\} \qquad \frac{3\pi}{8} - \pi = -\frac{5\pi}{8}$

$S_{]-\pi,\pi]} = \left\{ \frac{3\pi}{8} ; -\frac{5\pi}{8} \right\}$

Ex 5 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

1) $\cos(\pi - x) = -\cos(2x)$

$\cos(-x) = \cos x$ paire

1ère méthode : $\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\cos(\pi - x) = -\cos(2x) \iff -\cos x = -\cos(2x)$

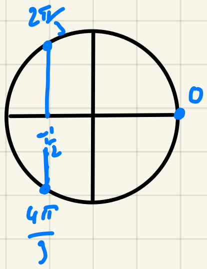
$\iff \cos x = \cos(2x)$

$\iff x = 2x \ [2\pi]$ ou $x = -2x \ [2\pi]$

$\iff x = 0 \ [2\pi]$ ou $3x = 0 \ [2\pi]$

$\iff x = 0 \ [2\pi]$ ou $x = 0 \left[\frac{2\pi}{3}\right]$

$0 , \frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$



$S_{\mathbb{R}} = \left\{ 0 \left[\frac{2\pi}{3}\right] \right\}$

$S_{[0,2\pi[} = \left\{ 0 ; \frac{2\pi}{3} ; \frac{4\pi}{3} \right\}$

2e méthode : $\cos(\pi + x) = -\cos x$

$\cos(\pi - x) = -\cos(2x)$

$\iff \cos(\pi - x) = \cos(\pi + 2x)$

$\iff \pi - x = \pi + 2x \ [2\pi]$

ou $\pi - x = -\pi - 2x \ [2\pi]$

$\iff 3x = 0 \ [2\pi]$

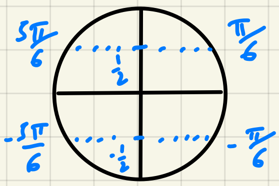
ou $x = -2\pi \ [2\pi] = 0 \ [2\pi]$

$\iff x = 0 \left[\frac{2\pi}{3}\right]$

ou $x = 0 \ [2\pi]$

② $\sin^2 x = \frac{1}{4} \iff \sin x = \pm\frac{1}{2}$

$\iff \sin x = \frac{1}{2}$ ou $\sin x = -\frac{1}{2}$



$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6}\ (2\pi) \\ \text{ou} \\ x = \frac{5\pi}{6}\ (2\pi) \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6}\ (2\pi) \\ \text{ou} \\ x = -\frac{5\pi}{6}\ (2\pi) \end{cases}$

$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \pm\frac{\pi}{6}\ (2\pi)\ ;\ \pm\frac{5\pi}{6}\ (2\pi) \right\}$

IV Formules d'addition et de duplication

Rappel :

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ $\Rightarrow \cos(a-b) = \cos a \cos(-b) - \sin a \sin(-b)$

$= \cos a \cos b - \sin a \times -\sin b$

$= \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

Ex 1 : Calculer $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos\frac{\pi}{3} + \sin x \sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{=1} \cos x + \sin x \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{=0} = \cos x$

Ex 2 : Ex à bien connaître

1) Déterminer $\cos(2a) = \cos(a+a) = \cos a \cos a - \sin a \sin a = \cos^2 a - \sin^2 a$

2) En utilisant la relation $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$, $\Rightarrow \sin^2 a = 1 - \cos^2 a$

exprimer $\cos(2a)$ uniquement en fonction de $\cos^2 a$.

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = \cos^2 a - (1 - \cos^2 a) = \cos^2 a - 1 + \cos^2 a = 2\cos^2 a - 1$

3) En déduire $\cos^2 a$ en fonction de $\cos(2a)$

$\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1 \Rightarrow 2\cos^2 a = 1 + \cos(2a) \Rightarrow \cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$

4) Par un raisonnement analogue, exprimer $\sin^2 a$ en fonction de $\cos(2a)$

$\cos(2a) = \underbrace{\cos^2 a}_{=1-\sin^2 a} - \sin^2 a = 1 - \sin^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a$

$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a \Rightarrow 2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$

$\Rightarrow \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$

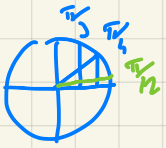
5) Déterminer $\sin(2a) = \sin(a+a)$

$= 2\sin a \cos a$

Ex3 : Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ par 2 méthodes

① $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{12} - \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$$



$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

② $\cos^2 a = \dfrac{1+\cos(2a)}{2}$

$\downarrow$

$a = \frac{\pi}{12}$ $\qquad 2 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

$$\cos^2\frac{\pi}{12} = \frac{1+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{2}$$

$$\cos^2\frac{\pi}{12} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} \quad \text{car } \cos\frac{\pi}{12} > 0$$

Remarque : $\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \dfrac{2+2\sqrt{2}\sqrt{6}+6}{16} = \dfrac{8+2\sqrt{12}}{16} = \dfrac{4+\sqrt{12}}{8} = \dfrac{4+2\sqrt{3}}{8} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$

TD 4

Exercice 3

Exprimer en fonction de cos(x) et sin(x) les expressions suivantes :

$A = \cos(x - \frac{5\pi}{2})$ $\qquad B = \cos(\frac{3\pi}{2} - 2x)$

$C = \sin(257\pi + x)$ $\qquad D = \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)}$ (on suppose $x \neq k\pi/2$)

$\forall x \in \mathbb{R}$

$\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$

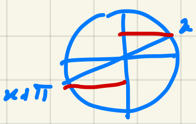
Ex 3 : $A = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) = \cos x \underbrace{\cos\frac{5\pi}{2}}_{=0} + \sin x \underbrace{\sin\frac{5\pi}{2}}_{=1}$ $\qquad \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \; [2\pi]$

$= \sin x$

$B = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \underbrace{\cos\frac{3\pi}{2}}_{=0} \cos(2x) + \underbrace{\sin\frac{3\pi}{2}}_{=-1} \sin(2x)$ $\qquad \frac{3\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} \; [2\pi]$

$= -\sin 2x$

$= -2\cos x \sin x$



$C = \sin(257\pi + x) = \sin(\pi + x)$ $\qquad 257\pi = \pi \quad [2\pi]$

$= \underbrace{\sin\pi}_{=0} \cos x + \sin x \underbrace{\cos\pi}_{=-1}$

$= -\sin x$

$D = \frac{\cos(2x)}{\sin(2x)} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2\cos x \sin x} = \text{cotan}(2x)$

5 minutes

Exercice 5:

1/ Montrer que $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$ $\leftarrow$ $\cos(a+b)$

En déduire que $\cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ $\leftarrow$ $\cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$

pour la fois prochaine

Exercice 9 :

Résoudre dans IR les équations suivantes

a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ b) $4\cos^2 x = 1$ $\qquad$ c) $\cos(x + \frac{\pi}{3}) + \sin(2x) = 0$