Nom : Prénom : Groupe :

Devoir surveillé de mathématiques n°4
Lundi 14 janvier 2019

Durée = 2 heures - Documents et calculatrices interdits

La présentation de la copie (rédaction, orthographe, lisibilité, …) entre pour une part non négligeable dans l'appréciation générale. Les exercices sont indépendants.

Exercice 1

Résoudre par deux méthodes l'équation aux récurrences finies : $a_{n+2} - a_{n+1} - 2\,a_n = 0$ avec $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$.

Exercice 2

Donner **en justifiant** les dérivées partielles premières (d'ordre 1) et secondes (d'ordre 2) de $f(x, y) = \ln(x^2y)$ et de $g(x,y) = x^3y - 2\,xy + 3y$. On précisera les domaines de validité.

$f(x,y) = \ln(x^2y)$

Domaine :

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$

$g(x,y) = x^3y - 2xy + 3y$

Domaine :

$\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) =$

$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}(x,y) =$

$\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(x,y) =$

Exercice 3

Représenter dans le plan, en justifiant, l'ensemble de définition et la ligne de niveau z = c des fonctions définies par $f(x,y) = \ln(xy)$ et $g(x,y) = Arc\cos(x+y)$ (préciser dans chaque cas pour quelles valeurs de c l'écriture z = c a un sens)

Exercice 4

Soit les formes différentielles $\omega_1 = 3x^2ydx + (x^3 + xy)dy$ et $\omega_2 = \dfrac{2xydx + x^2dy}{1 + x^4y^2}$

a) L'une d'entre elles est exacte. Laquelle ?
b) Pour la forme exacte déterminer toutes les fonctions f dont elle est la différentielle. On rappelle que :
$$\arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$$
c) Dans la question précédente, déterminer la fonction f telle que : $f(1,1) = -\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 5

Soit la fonction f définie par : $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13$.
Représenter (en justifiant) la surface associée à cette fonction. On pourra se ramener à la fonction de référence $X^2 + Y^2$.