Triangle de Pascal

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
$n=0$	1			
$n=1$	1	1		
$n=2$	$\boxed{1 + 2}$		1	
		=		
$n=3$	1	$\boxed{3}$	3	1

Le terme à l'intersection de la n^e ligne et de la k^e colonne est $\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$ aussi noté $\binom{n}{k}$

⚠ La numérotation démarre à 0

Par exemple, $C_6^2 = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6\times 5}{2} = 15$

$$C_n^0 = \frac{n!}{0!\,n!} = 1 \qquad C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

$$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=$
$n=0$	1						
$n=1$	1	1					
$n=2$	1	2	1				
$n=3$	1	3	3	1			
$n=4$	1	4 +	6	4	1		
			=				
$n=5$	1	5	10	10	5	1	
$n=6$	1	6	15	20	15	6	1
⋮	⋮		⋮			⋮	
n	C_n^0	C_n^1	C_n^2	C_n^3 …	C_n^{n-2}	C_n^{n-1}	C_n^n

$$\boxed{C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k}$$

Binôme de Newton

La puissance de a diminue, celle de b augmente, la somme des deux puissances fait n

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + C_n^3 a^{n-3} b^3 + \dots + C_n^n b^n$$

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k}$$

$$(a-b)^n = \underbrace{\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} (-b)^k}_{\text{signes alternés car}}$$

signes alternés car $(-1)^k = 1$ si k pair, $(-1)^k = -1$ si k impair

Exemple :

$$(2+x)^3 + (2-x)^3 = 2^3 + \cancel{3\times 2^2 x} + 3\times 2x^2 + \cancel{x^3} + 2^3 - \cancel{3\times 2^2 x} + 3\times 2x^2 - \cancel{x^3}$$

$$= 16 + 12x^2$$