Fractions rationnelles

Soit $F(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ une fraction rationnelle avec P et Q deux polynômes à coefficients réels.

$\boxed{\text{pôle de F = racine de Q = « valeur interdite »}}$

Si deg P > deg Q, on fait une division euclidienne de P par Q : $P(x)=Q(x)\underbrace{E(x)}_{quotient}+\underbrace{R(x)}_{reste}$

On appelle E la partie entière de F

$$\boxed{\frac{P(x)}{Q(x)}=E(x)+\frac{R(x)}{Q(x)} \text{ avec } \deg R<\deg Q}$$

On suppose à partir de maintenant que $\boxed{\deg P<\deg Q}$

Si a est un **pôle simple** de F, il va générer une seule fraction de type $\boxed{\dfrac{A}{x-a}}$

$$\boxed{A=\left[(x-a)F(x)\right]_a}$$

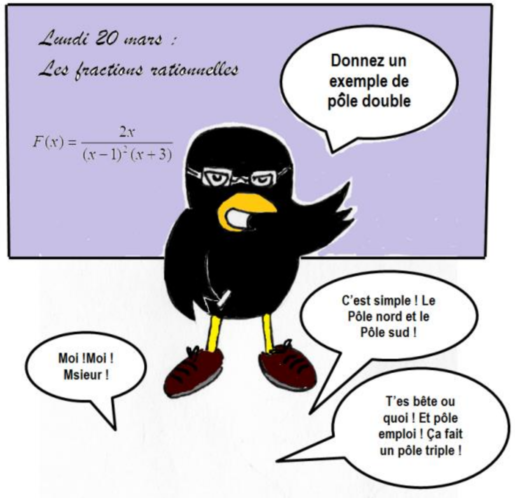
$$\boxed{A=\left[\frac{P(x)}{Q'(x)}\right]_a}$$

Si a est un **pôle double** de F, il va générer deux fractions :

$$\boxed{\frac{A}{x-a}+\frac{B}{(x-a)^2}}$$

$$\boxed{B=\left[(x-a)^2F(x)\right]_a}$$

ATTENTION ! On ne peut pas trouver A directement. Par contre, on aura une relation entre les constantes en déterminant $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}(x-a)F(x)}$



Décomposition dans IR :

- Soit on décompose dans C puis on met au même dénominateur les fractions correspondant à des racines complexes conjuguées du type $\boxed{\dfrac{A}{x-a}+\dfrac{\bar{A}}{x-\bar{a}}}$
- Soit on décompose directement dans IR : Si on trouve un polynôme irréductible du type x^2+bx+c en facteur au dénominateur, alors il va générer une fraction du type $\boxed{\dfrac{Ax+B}{x^2+bx+c}}$. On détermine A et B en calculant $(x^2+bx+c)F(x)$ pour des valeurs simples de x.
- **Cas particulier** : Si on trouve x^2+1 en facteur au dénominateur, alors il va générer une fraction du type $\boxed{\dfrac{Ax+B}{x^2+1}}$ avec $\boxed{Aj+B=\left[(x^2+1)F(x)\right]_j}$

Claire Schmidt, IUT de Cachan, GEII1