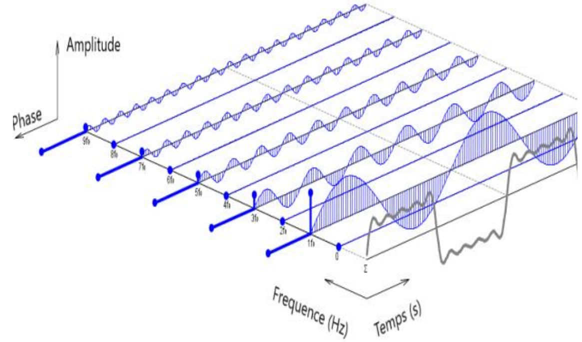
Séries de Fourier

$$S_f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega x) + b_n \sin(n\omega x)\right)$$

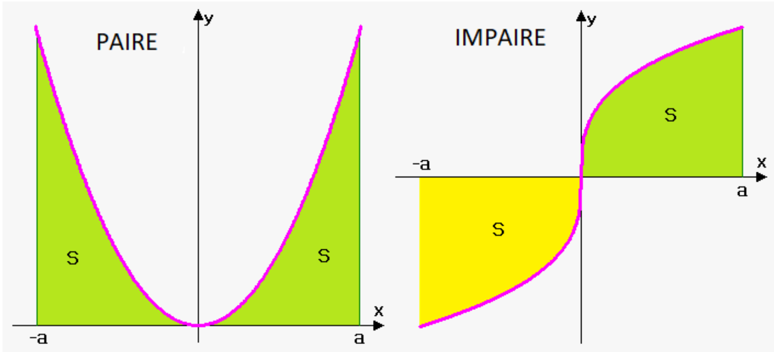
$[T]$ *represente* $\left[-\frac{T}{2};\frac{T}{2}\right]$ *ou* $[0;T]$



$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{[T]} f(x)dx = valeur\ moyenne$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{[T]} f(x)\cos(n\omega x)dx$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{[T]} f(x)\sin(n\omega x)dx$$



$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

Symétrique/(0y)

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$$

Symétrique/0

Si *f* est paire, $b_n = 0$ (que des cos)

Si *f* est impaire, $a_n = 0$ (que des sin)

cos est paire, sin est impaire

$$\begin{cases}\cos(n\pi) = (-1)^n \\ \cos 0 = 1\end{cases} \quad \begin{cases}\sin(n\pi) = 0 \\ \sin 0 = 0\end{cases}$$

$$\int \cos(ax)dx = \frac{\sin(ax)}{a} + C$$

$$\int \sin(ax)dx = \frac{-\cos(ax)}{a} + C$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Si *f* est T-périodique et C^1 par morceaux (sauf éventuellement en quelques points par période, où *f* et *f'* auront une limite à gauche et une limite à droite finie) alors :

$f(x) = S_f(x)$ en tout *x* où *f* est continue

$S_f(x_0) = \dfrac{f(x_0^+) + f(x_0^-)}{2}$ si *f* discontinue en x_0

Théorème de Parseval :

$$\frac{1}{T}\int_{[T]} f^2(x)dx = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\left(a_n^2 + b_n^2\right)$$